課題 3 （出題：2014年11月24日、提出：2014年12月3日）

注意：
✓ A4用紙に手書きで提出してください。
✓ スポットレートやイールドのノーテーションや添え字については、10月16日の講義で統一するとともに、講義ウェブページでも掲載します。

1 教科書や講義の設定と同じく、現在の株価が $S_0$、1年先の株価は、相対的に上昇して $(1+u)S_0$、相対的に低下して $(1+d)S_0$ とする。また、$u$ と $d$ の値は、1年物安全利子率 $r_f$ をはさんで $d < r_f < u$ が成立している。今、当該株式に関するプットオプション契約の行使価格 $X$ について、

$$P_u = \max\left[ X - (1+u)S_0, 0 \right] = 0$$

$$P_d = \max\left[ X - (1+d)S_0, 0 \right] = X - (1+d)S_0$$

が成立しているとする。

1.1 プットオプション価格を当該株式と安全資産のポートフォリオの構築費用 $P_0 = \delta S_0 + B$ で表すとすると、$\delta < 0$、$B > 0$ が成り立つことを示しなさい。

1.2 また、プットオプション価格決定式が

$$P_0 = \frac{\pi}{1 + r_f} P_u + \frac{1 - \pi}{1 + r_f} P_d = \frac{1 - \pi}{1 + r_f} P_d$$

と表されることを示しなさい。ただし、$\pi = \frac{r_f - d}{u - d}$ とする。また、このプットオプション価格決定式を用いて、$u$ が上昇する、あるいは、$d$ が低下することで、将来の株価変動幅が大きくなると、プットオプション価格 $P_0$ が上昇することを示しなさい。

1.3 講義で求めたコールオプション価格決定式、$C_0 = \frac{\pi}{1 + r_f} C_u + \frac{1 - \pi}{1 + r_f} C_d = \frac{1 - \pi}{1 + r_f} C_u$ を用いて、将来の価格変動幅が大きくなると、コールオプション価格 $C_0$ が上昇することを示しなさい。

1.4 プットオプション価格にしても、コールオプション価格にしても、将来の株価変動幅が大きくなると、オプション価格が上昇する理由について簡潔に述べなさい。

2 教科書で示したブラックショールズ公式の数値例について、まったく同じ想定でプットオプションについて価格を求めなさい。
以下は、2012年10月20日付Economistに掲載された記事で1987年10月19日に起きたBlack Mondayを回顧したものである。全文を読んだうえで第5段落を訳しなさい。また、第5段落にある"The market cannot insure itself"の意味を説明しなさい。
stocks surged in the late 1990s and when house prices rocketed in the early 2000s. For investors, markets became a one-way bet: central banks would intervene when markets were falling, but not when they were rising. The “great moderation” was a long period of steady growth and low inflation—and a huge build-up of debt.

(4) The second mistake was to enlarge the protected part of finance. Before 1987 the focus was on the big deposit-taking banks: stockbrokers and investment banks were relatively unimportant players in the system. But after Black Monday, with equity markets dominating the headlines, policymakers expanded the concept of systemic risk to other forms of finance—which encouraged banks and others to sprawl. By 2007 banks like Citigroup and insurance companies like American International Group had grown “too big to fail”.

(5) The third mistake was to do with trading. In the mid-1980s many institutional investors adopted “portfolio insurance”, a way of hedging against market declines. It involved selling stockmarket futures so that investors’ gains in the derivatives market offset their losses on their equity portfolios. But the technique exacerbated the market’s decline, as waves of futures-selling alarmed equity investors. The lesson that should have been learned was that the market cannot insure itself: if most investors want to sell assets, there will be no one on the other side of the trade with a big enough wallet to buy them. Twenty years later, the same problem was demonstrated when investors stampeded for the exits in the securitised mortgage market. With no willing buyers, prices collapsed.

Put in its place
(6) With trading, then, investors (and their regulators) simply failed to learn anything, and made the same mistake again. But the other two errors sprang more from policymakers opting for a solution that itself created problems. Perhaps the biggest conclusion of all is that any extended period of rapidly rising prices is an indication of a bubble—and that sadly there is no painless way to clean up the mess after the bubble pops.