

黒住英司

Essays on Testing for Stationarity Possibly with
Seasonality and A Structural Change

「季節性および構造変化を伴う場合の定常性の検定」

はじめに

本論文は、時系列計量経済学の分野において 1980 年代初めから現在に至るまで数多くの深い研究がなされてきた「単位根問題」を扱ったものであり、検定理論の観点から書かれた 4 篇の論文からなっている。各章の構成は以下の通りである。

Chap. 1 Introduction: Brief Reviews of Testing for Seasonal Unit Roots, Testing for A Periodic Unit Root, and Testing for A Unit Root against Stationarity with A Break 「はじめに：季節単位根検定，周期的単位根検定および構造変化を伴う定常性に対する単位根検定の概観」

Chap. 2 The Limiting Properties of Seasonal and/or Non-Seasonal Unit Root Tests 「季節的および季節的でない単位根検定の極限的な諸性質」

Chap. 3 Testing for Periodic Stationarity 「周期的な定常性の検定」

Chap. 4 Testing for Stationarity with A Break 「構造変化を伴う定常性の検定」

要旨

第 1 章では、まず、単位根問題に関する従来の研究結果が検定の観点から概観されている。単位根問題は、Nelson and Plosser (1982) が米国のマクロ経済時系列の多くが単位根をもつことを棄却できない、という結果を発表して以来、数量分析に関心のある経済学者の注目するところとなった。単位根をもつ系列は、過去のショックの影響が減じることなく引き継がれ、その効果は永続的となる。これに対して、単位根をもたない定常的な系列では、そのようなショックの影響は時間とともに消滅する。以上のことから、経済変数が単位根を含むかどうかということは、経済学的な観点からも重要となってくる。そして、実際に個々の経済時系列が単位根をもつかもたないかを判断するためには検定の手続きが必要となる。

単位根検定を最初に提案したのは Dickey and Fuller (1979) であり、Nelson and Plosser (1982) もその方法に依拠している。それは、時系列が単位根をもつという帰無仮説を、単

位根をもたずに定常的であるという対立仮説に対して検定する方法であり、総称的に DF 検定と呼ばれている。以後、数多くの検定方法がさまざまな種類の時系列を扱うために提案されており、本章ではそれらを歴史的に概観している。特に

- (1) 季節性を含む時系列に対する単位根検定
- (2) 周期的な単位根モデルにおける検定
- (3) 構造変化を伴う場合の単位根検定

の3つの場合を中心に議論している。これらは、最も単純な場合、すなわち、季節性や周期性あるいは構造変化も伴わない場合と比較すると、そのためのモデルも複雑になり、したがって、検定方法も面倒になり、過去の研究成果をサーベイすること自体も大変な作業であるが、非常にわかりやすく的確にまとめている。

第1章は、第2章以降で展開される著者自身の研究を述べる橋渡しの役目も果たしている。すなわち、著者は、従来の単位根検定は非定常性を帰無仮説、定常性を対立仮説としているが、帰無、対立のいずれを採択するにしても、最終的には判断の誤りが存在する、という観点から、この場合の検定結果を補強するために、帰無と対立を入れ替えて、定常性を帰無、非定常性を対立とする逆向きの検定をすることの有用性を主張している。このことにより、従来の検定で、例えば単位根ありの帰無仮説が受容され、逆向きの検定で定常性の帰無仮説が棄却されれば、単位根あり、という結論を強く主張することが可能となる。もちろん、このような検定方式は季節性も構造変化も想定しない単純な場合については、すでに提案されている。しかし、上記(1)、(2)、(3)の場合について逆向きの検定はなされていない。そこで、本論文の第2章は(1)、第3章は(2)、第4章は(3)の検定問題を、このような観点から解明することに向けられている。

まず、第2章では季節性を含むモデルにおける単位根検定が論じられている。季節性を含まないモデルにおいて、定常性を帰無仮説、非定常性を対立仮説とした検定は Kwiatkowski et al. (1992) で提案されているが、著者は彼らの方法を四半期データを想定したモデルに適用している。この場合の単位根は、単位円周上に最大4個の根が存在しうるが、それらが1個の場合が2通り、2個の場合が2通り、3個の場合が2通り、4個の場合が1通りの合計7通りの可能性があり、これらの各々を対立仮説とする単位根検定が展開される。そして、確定トレンドとしては、季節ダミーと一次のトレンドがある場合、季節ダミーのみがある場合、いずれもない場合の3通りを考察しており、結局のと

ころ， $7 \times 3 = 21$ 通りの単位根検定が考えられる．検定方式としては，LM（ラグランジュ乗数）検定が使われる．この検定は，適当な条件のもとで，LBI（局所最良不変）検定であることが知られている．そして，これら21通りの検定のそれぞれに対して，局所対立仮説（定常性の帰無仮説から局所的に離れた仮説）のもとでのLM検定統計量の漸近分布の特性関数を Nabeya and Tanaka (1988) および Tanaka (1996) の方法で導出している．さらに，特性関数を反転することにより，数値積分によって漸近分布および漸近的な検出力を計算している．

ところで，上述の検定は，特定の単位根を対立仮説に置いた上で導出されたものであるが，データ生成過程がそれ以外の単位根をもっている場合，検定統計量がいかなる振る舞いをするかも興味がある．本章の最後の節では，この点に関する考察を行っており，対立仮説に含まれない単位根に対しては，検定は一致性を失うこと，したがって，4個の単位根すべてをもつという対立仮説の検定のみが，この意味で一致性をもつことが証明されている．

第3章は，自己回帰モデルの係数が周期性をもつ場合の単位根検定が議論される．特に，四半期データのもとで，各四半期ごとに自己回帰の係数が変化する誤差成分モデルを想定し，周期的定常性を帰無，周期的非定常性を対立仮説とする検定を考察している．議論は，まず，自己回帰係数が既知のもとで展開され，LM検定の局所対立仮説のもとでの漸近的な検出力が導出される．その結果，検出力は自己回帰係数の値にも依存し，どのような場合に検出力が高くなるかが解明された．さらに，既知と仮定された自己回帰係数の値が，対立仮説のもとでの値から乖離する場合の検出力も導出され，真の値が仮定された値と符号を異にするならば検出力は非常に低くなることが明らかとなった．なお，検定統計量を構成するためには，長期的な共分散の推定量が必要であるが，ここではバートレット核を使った推定量が使われている．

次に，自己回帰の係数が未知の一般的な場合の単位根検定が議論されている．困難な点は，帰無仮説のもとではこれらのパラメータが識別不可能となることであり，この点では共和分ベクトルに関連した検定と同様の状況が生み出されることになる．検定統計量を構成するために，ここでは，誤差成分モデルではなく従来の周期的自己回帰モデルを使って，まず，これらのパラメータを対立仮説の制約のもとで非線形最小2乗法により推定する．そして，誤差成分モデルに対して得られた検定統計量のパラメータ値を推定量で置き換えたものを検定統計量とする．このようにして得られた検定は一致性をもつことが述

べられている。以上の点を確認するためにシミュレーション実験が行われ、その結果、検定のサイズおよび検出力はバートレット核を構成するラグ・パラメータに非常に敏感であること、また、多くの場合に自己回帰の係数パラメータが大きくなるにつれてラグ・パラメータを大きくする必要があること、さらに、モデルに確定的な季節ダミーやトレンドが含まれるにつれて検出力が落ちることなどが見出された。

本章の最後の節では、上述の方法を日本のマクロ経済データに適用している。データは、1955年から1996年までの実質国内消費支出と実質家計可処分所得の四半期データである。まず、これらの時系列が周期的な自己回帰モデルに従うとみなすことができるかどうかの予備的な検定により、両系列とも周期性の存在が確認される。次に、周期的な単位根の存在を帰無仮説とする従来の検定を行った結果は両系列とも受容、他方、著者の方法による周期的な定常性を帰無仮説とする検定は両系列とも棄却という結果を得た。このことにより、実質消費支出および実質可処分所得は、非定常な系列であると判断でき、さらなる分析により、前者は周期的な単位根、後者は非周期的な単位根をもつ系列であると結論している。

本論文の最終章である第4章は、非確率的な構造変化を伴う時系列に対する単位根検定が論じられる。この問題は、Nelson and Plosser (1982) が米国のマクロ経済時系列の多くは単位根をもつという結果を得たのに対して、Perron (1989) がそれらの多くは単位根をもつのではなく、構造変化を伴う定常系列とみなすことができる、という別解釈を提出したことに端を発する。この章においても著者は誤差成分モデルを使って、構造変化を伴う定常性を帰無、構造変化を伴う非定常性を対立仮説とする検定問題を扱っている。構造変化の具体的な形としては、ダミー変数を用いて

- (1) 定数項，定数項ダミー
- (2) 定数項，定数項ダミー，線形トレンド
- (3) 定数項，線形トレンド，係数ダミー
- (4) 定数項，定数項ダミー，線形トレンド，係数ダミー

の4つの場合を想定し、構造変化の発生時点は既知、発生時点までの時間と標本期間の比（以下、相対比と略記）は一定としている。モデルは非常に一般的であり、以上の設定のもとで、それぞれの場合に対して LM 検定統計量の局所対立仮説のもとでの漸近分布が

導出され、漸近的な検出力が計算されている。検出力は、当然ながら定常性からの乖離とともに高くなるが、同時に相対比にも強く依存している。なお、直観的にも明らかであるが、統計量の分布は、相対比 0.5 に関して対称であるので、帰無分布や検出力は相対比が 0 から 0.5 の間で計算されている。帰無分布に関しては、構造変化が (1), (3), (4) の場合には、相対比が 0.5 に近づくとつれて分布が左側にシフトするのに対して、(2) の場合には左側にシフトした後、再び右側に戻る形状を示す。また、検出力に関しては、構造変化が (1), (3), (4) の場合には、帰無仮説からの乖離が微小ならば相対比が小さい方が高く、(2) の場合には、相対比が 0.5 の場合が最大の検出力をもたらす。さらに、相対比を一定として、これら 4 つの構造変化のモデル間での検出力を見ると、(1) が最も高く、以下、(2), (3), (4) の順に小さくなっている。

ところで、以上の議論においては、LM 検定統計量は帰無分布も相対比に依存しており、分布表も比の値ごとに用意しなければならない、という欠点がある。そこで、相対比に依存しないような検定の可能性が考えられる。著者は、Park and Sung (1994) の方法に依拠しつつ、構造変化が (1) あるいは (4) の場合にそのような検定方式（以下、PS 検定と略記）を提案している。一般に、PS 検定は LM 検定ではないが、相対比が 0.5 のときには LM 検定に帰着することが見出される。また、両者の検出力は、相対比が小さい場合は LM 検定の方がよく、大きくなると帰無仮説から離れるに従って PS 検定が良好となる、という結果を得た。

以上の理論的結果が、シミュレーション実験で確かめられ、現実の経済データにも適用された。経済データとして、Nelson and Plosser (1982) と同一の米国のマクロ経済からの 8 系列が使われている。このうち、7 系列（実質 GNP、名目 GNP、工業生産、名目賃金、実質一人当り GNP、株価、失業率）については何らかの構造変化を伴うモデルで記述できると判断し、構造変化の発生時点を推定した上で、株価系列に対しては (4) のモデル、それ以外の系列には (2) のモデルを適用して、定常性を帰無仮説とする LM 検定を行った。株価系列に対しては PS 検定も実行した。そして、実質一人当り GNP と工業生産の 2 系列以外は帰無仮説を棄却できない、という結果を得た。すなわち、これら以外の 6 系列は構造変化を伴うものの定常的な系列とみなすことができる、という結論を得た。著者は、この実証研究を行うにあたり、次のような見解を披露している。すなわち、従来の検定は、帰無仮説が構造変化を伴う単位根系列、対立仮説が構造変化を伴う定常系列であり、実際の結果は単位根仮説を棄却して定常性を採択するケースが多かった。しかし、そ

の場合に現実が本当に構造変化を伴う定常系列かどうかを、このような検定方式から強く主張することは困難である。したがって、従来とは逆向きの検定を行うことは意義がある。これが著者の見解であり、構造変化の分析に一石を投じる視点であると思われる。

評価

冒頭に述べたように、単位根問題に関する研究は 1980 年代初めから数多くの深い研究がなされてきており、その中の 1 つのトピックである単位根検定についても例外でない。このような研究分野においては、今までの研究水準を超える創造的な研究成果をあげることが一般に困難である。しかし、著者は今までになされた従来の研究をしっかりと把握した上で、未開拓な研究対象を見出し、本論文としてまとめあげたのである。積極的に評価すべき点は、次のごとくである。

- (1) 時系列が季節性、周期性、構造変化のいずれかの特殊性を伴う場合に、定常性を帰無、非定常性を対立仮説とした単位根検定を考察している。これらの特殊性をもたない通常の時系列については若干の例外はあるものの、このような特殊性をもつ時系列に対して従来提案された検定はすべて、単位根ありを帰無、なしを対立仮説とするものであった。従来とは逆向きの検定のモデルとしては誤差成分モデルが使われており、著者の提案する検定方法により、従来の検定方式から得られた結論を補強ないし追認することが可能となった。
- (2) 提案される検定は主として LM 検定であり、局所対立仮説のもとで、LM 検定統計量の特性関数を導出し、反転により分布関数を数値計算し、漸近的な検出力を求めている。これらの結果は、通常の時系列の場合の過去の研究成果を抛り所にしてはいえ、はるかに複雑な場合を扱うことになり、著者自身の成果であるというべきものである。
- (3) 検定問題として厳密に定式化する場合にはモデルが必要になるが、現実にはモデル特定化の誤りの可能性がある。すなわち、現実のデータ生成過程は仮説とは異なりうる。また、一般に、検定は対立仮説として設定された仮説以外に対しても無視できない検出力をもちうる。この観点から、対立仮説とは異なる競合的なデータ生成過程を想定した上で、提案された検定の振る舞いを理論的に解明する、という用意周到な議論がなされている。

次に、本論文における疑問点と今後の課題について触れておきたい。まず、疑問点としては一点を述べるにとどめる。本論文で展開されている、定常性を帰無、非定常性を対立仮説とする従来とは逆の検定問題を考える理由として、第一章において、帰無仮説が棄却された場合でも、対立仮説が即正しいのではなく、対立仮説以外の命題が正しいこともありうるから、としている。これ自体に誤りはないが、検定の論理からは、むしろ、帰無仮説が受容された場合に、それは必ずしも帰無仮説の正しさを主張できるものではない。したがって、帰無と対立を入れ替えた検定で帰無が棄却されるならば、もとの検定問題の帰無仮説の正しさを強く主張できるから、という理由であろう。もちろん、もとの検定問題で帰無が棄却され、逆向きの検定で帰無が受容されれば、もとの対立仮説の正しさを主張する根拠が増すことになる、ということも確かではある。

今後の課題としては、まず、本論文で提案された検定方式の客観的なよさを評価することがあげられる。本論文では、若干の例外を除いて LM 検定を使った検定のみが考察の対象となっている。もちろん、それは局所的には望ましい検定であるが、大局的な場合の振る舞いについては保証の限りではない。そこで、競合する検定方式との比較や、検出力の包絡線（理論的に達成可能な検出力の上限を対立仮説の各点で計算して結んだ曲線）を導出して比較することが考えられよう。次に、本論文で別個に扱った時系列の3つの特殊性を組み合わせた場合の議論、例えば、季節性および構造変化を伴う時系列における単位根検定を考察することがあげられる。最後に、本論文で展開された検定方式と従来の検定方式の結論が両立しない場合の分析が考えられる。その場合にどのような統計的結論を下したらよいかは、実証分析の観点からも重要であり、具体的な提案が必要とされる問題である。しかし、ここで述べた疑問点と課題は、本論文の価値を減ずるものではない。

以上述べてきた理由により、本論文は積極的に評価できる側面を十二分に有している。したがって、審査員一同は、黒住英司氏に一橋大学博士（経済学）の学位を授与することが適当であると判断する。

2000年2月9日

論文審査員： 斯波恒正 高橋 一 田中勝人 中妻照雄 山本 拓