## 一橋大学経済学研究科博士学位請求論文審査報告 張 家楽

## 『不完備金融証券経済の研究』

張 家楽氏の博士学位請求論文『不完備金融証券経済の研究』の目的は,不完備金融証券市場の特徴を一般均衡理論の立場から分析し,不完備金融証券経済の基本的性質を分析するために,不完備金融証券市場の構造を理論的に特徴付け,それを利用して不完備金融証券経済の均衡の存在問題と均衡価格の特徴付けの問題に新たな貢献を試みるものである。本論文は,以下の5章から構成される。

- 第1章 金融証券経済と均衡価格
- 第2章 金融証券市場の特徴づけと所得移転の可能性
- 第3章 不完備金融証券経済と均衡価格
- 第4章 総超過需要関数と均衡財価格集合の特徴

第1章では本論文の理論的枠組みを確立するために,一般均衡理論的接近から 2 期間(第0期と第1期)と S 個の状態というセットアップで金融証券経済モデルの定式化を与える。その上で統一的な視点から,順次,ワルラス経済,完備金融証券経済および不完備金融証券経済における均衡価格の存在に関する先行研究のサーベイを行なっている。これにより不完備市場に関する基礎知識を得,問題の所在を理解できるようになっている。

張氏の理論的な貢献は第2章以下の諸章で展開されるが,第1章における既存の研究成果の紹介においても,張氏独自の視点から,先行研究の意義付けを行なっている。張氏は,均衡価格を「探索」する場合,いかなる価格の集合にこれを探索すればよいかという問題に注目する。従来の研究では,均衡価格を基本的には財空間(の双対空間)における価格単体の中で探すということで,それ以上立ち入った分析はなされなかった。張氏は均衡価格が存在する可能性のある集合を「均衡価格探索空間」とよび,それについてつぎのことを指摘する。つまり,均衡価格が存在するか否かは,均衡価格探索空間内における価格の需要に対する調節能力と同時に,需要の価格による調節に対す

る反応の連続性に依存する。ワルラス経済の場合は,財空間(の双対空間)における開 単体において以上の要求が満たされ,完備金融証券経済においてもワルラス経済の場合 と基本的には同様である。しかし,不完備金融証券経済の場合は所得移転に関する制約 が証券市場において存在するため,完備金融証券経済のケースと同じ均衡価格探索空間 を用いた場合は,価格の調節能力が十分であるのに対し,需要の反応の連続性が失われ ることになる。これを回避するような均衡価格探索空間の設定が必要となるというのが 張氏の基本的なスタンスである。

適切な均衡価格探索空間をどのように設定すれば良いか?この問い掛けに答えるために,張氏は不完備証券構造の特徴を分析し,その中でこの問いに対する答えを見いだそうとする。これが第2章の課題となる。

第2章では,不完備証券市場において裁定の利益が発生しないような証券構造の特徴および不確実な状態間での所得移転の可能性についての分析が行われる。本章の最も重要な結果は,証券構造が無裁定であることと証券構造が可分離であることが同値だということである(定理2.3)。ここで,証券構造が可分離であるとは,証券構造が,ある規則によって順序づけられたある種の完備性と無裁定性を持つ部分証券構造に分割されるということである。また,そのような「ある種の完備性と無裁定性を持つ部分証券構造」に関しては,完備無裁定証券構造と同様,状態間での所得移転が可能であると同時に,ある状態への所得移転が正であれば別の状態への所得移転が可能であると同時に,ある状態への所得移転が正であれば別の状態への所得移転は負でなければならないという特徴を持つことが示される。このように,無裁定証券構造を部分証券構造に分離して特徴付けるという試みは従来の研究にないものであり,現実の証券市場を分析する際にも興味深い視点を提供してくれるような重要な貢献であると思われる。また,定理2.3を示すために,2つの数学的補題が用いられているが,ともに線形代数をよく使いこなしており,線形写像の表現論にまで立ち入った内容は,数学に対しても著者の十分な理解度を示している。

本論文における張家楽氏の基本的なアイデアは,不完備金融証券市場における一定の「不完備度」(張家楽氏の言う「不自由度」)を証券構造に則って定義し,金融証券市場をそれと同数の特定の形に分割することにより,分割された部分市場内では完備市場と同等の価格調整が実現し,部分市場間の特定の関係を通してそれが市場全体の十分な価格調整機能を発揮するということにある。この張家楽氏の新しいアイデアに基づき,第3章では,証券市場が不完備な場合の経済における競争均衡の存在が証明される。均衡価格を探す範囲として,3つのケースの「均衡価格探索空間」が考察される。また,

均衡価格探索空間内の財価格と証券価格に関して財の初期保有と所得移転の可能性が満たすべき3つの条件が示される。論文では,それらの条件が満たされる経済では均衡が存在することが一般的な形式で証明されている。

第1のケースの均衡価格探索空間に関する存在定理(定理3.1と定理3.2)は J. Werner の結果より一般的である。第2のケースの定理(定理3.3)はP. Gottardi とT. Hens の結果の一般化になっている。

第3のケースの定理(定理3.4と定理3.5)では,第2章で得られた無裁定証券構造の状態分割に関する結果を適用し,均衡の存在が証明される。証明された定理はD. Cassの定理の拡張になっており,張氏の博士論文において中心的命題となっている。また,その定理は均衡価格が存在する範囲と不完備証券市場における貨幣と金融証券の役割を明らかにしている。定理の証明では,ワルラス法則を一般化した条件として,状態分割に対応した「連鎖ノンフリーランチ」の条件が示され,需要関数がその条件を満たすことが利用される。その証明のアイデアは張氏のオリジナルなものであり,不完備証券市場の理論に重要な貢献をなすものと考えられる。また,これらの主要定理,定理3.4と定理3.5,の証明には,コンパクト性と不動点定理に関する性質を利用しているが,すっきりとした見通しの良い証明を与えている。

この第3のケースの定理は一般均衡価格システムが,ある特殊領域に常に存在することを証明したものとも理解できるが,先に述べた不完備諸市場はいくつかの完備市場(とある意味見なせる)グループに分けられるという事実から,各グループに対応する価格単体を作ることができ,その積集合内に常に一般均衡価格システムが存在することを証明したものである。これは張氏のアプローチからして自然な流れの中で証明される事実である一方,張氏以前のアプローチでは気付き難いものである。

第3章における一般均衡価格システムの考察に続いて,第4章では研究をさらに進め,いかなる集合が不完備市場経済の一般均衡価格システムの全体集合になり得るかという問題を考察している。完備市場経済ではA. Mas-Collel が価格単体内の任意の非空なコンパクト集合が,ある完備市場経済の均衡価格全体の集合に一致することを証明している。張氏はこの完備市場での成果と張氏自身が考えた完備市場グループへの分解というアプローチから,つぎのことを示した。つまり,(各グループに対応する)各価格シンプレックス内から任意の非空かつコンパクト集合を取り出し,それらの積集合を考えると,ある不完備市場経済において,上記の(価格単体の)積集合内に制限したときの均衡価格システムの集合は上記のコンパクト積集合と一致する。これは

Mas-Collel が証明した完備市場経済の均衡価格の特徴付けと比較し,多少弱い結果ではあるが,張氏のアプローチを使うことによって極めて簡単に証明できる。これは第4章の研究の動機付けとなっている問題の全面解決のために張氏のアプローチが非常に有力であることの1つの証左であると考えることができる。

以上が,張家楽氏の博士学位請求論文『不完備金融証券経済の研究』の概要と主たる理論的貢献の内容である。本論文で取り扱われたテーマの学問的系譜はつぎのように理解できる。つまり,Arrow および Debreu の両教授は 1950 年代に不確実性下のミクロ分析を一般均衡モデルによって導入し,すべての不確実な状態に対応するだけのマーケットが完備していれば,従来の基本的な帰結が成立することを示したが,Roy Radner 教授は 1970 年代にこうした「Arrow-Debreu 市場」が完備していない不完備市場のモデルを定式化した上で,そうした枠組みでは一般に均衡が存在しない可能性のあることを指摘した。不完備市場におけるこのような基本的な問題に対し,1980 年代の後半以降 2 つの基本的な流れが生まれた。

一つは Duffie および Shafer 教授らの研究に見られる接近方法の流れであり,Debreu-Radner のような「実物証券」市場を考察し,これが不完備な場合は,均衡が存在しない可能性があるとしても,ジェネリックな意味でほとんどの実物証券市場の経済では均衡が存在するというものである。今一つは,Werner や Cass 教授らによる接近方法の流れで,金融証券市場を持つ経済では,所得または初期賦存量に関する特定の条件の下で,均衡が常に存在することを示すものである。いずれのアプローチにしても証券市場が不完備である場合,市場価格がどのような経路で十分な需給の調整を行ない得るのかを示すことがポイントになっている。張氏の学位請求論文は,この第2の系譜に属し,金融証券市場が必ずしも完備市場では無い場合の市場における価格調整メカニズムをより詳細に分析することにより,不完備市場における均衡の存在問題に新たな視点を導入し,不完備市場の特徴付けと不完備市場における均衡の特徴付けを試みたものである。

張氏のアイデアは既に触れたように,不完備金融証券市場における不完備度と同数の特定の形に分割し,分割された部分市場内では完備市場と同様な価格調整が実現し,部分市場間の特定の関係を通してそれが市場全体の十分な価格調整機能を発揮するということである。このアイデアに基づき,氏は3種類の主要な結果を得,それぞれ第2章「金融証券市場の特徴づけと所得移転の可能性」,第3章「不完備金融証券経済と均衡価格」,第4章「総超過需要関数と均衡財価格集合の特徴」としてまとめている。

第2章および第3章の主要な結果は、すでに国際的な学会および国内の日本経済学会等においても発表されており、これらの主要な諸結果は経済学の国際的専門誌上で発表可能な内容と貢献を含むものと評価される。第4章の不完備市場における均衡価格集合の特徴付けの結果については、対象となっている均衡価格集合に強い制約が有り、より一般的な均衡価格集合の特徴付けが必要であると考えられる。また、部分的にはより詳細な解説が望まれる箇所や日本語の表現上推敲を要する箇所も散見される。しかし、学位請求論文全体としては、張氏が独立した研究者として学問上十分な成果を上げているものと評価できる。したがって、われわれ審査員一同は、張家楽氏の博士学位請求論文『不完備金融証券経済の研究』が一橋大学博士(経済学)学位に十分値する内容を含んでいるものと判断する。

## 審査員

石村 直之

武隈 慎一

野口 雄一

山崎 昭

山重 慎二