

2003年6月11日

一橋大学経済学研究科博士学位請求論文審査報告

石川竜一郎

『Belief, Rationality, and Equilibrium in Game Theory』

石川竜一郎氏の博士学位請求論文『Belief, Rationality, and Equilibrium in Game Theory』（ゲーム理論における確信，合理性，および均衡）は，以下の4章から構成される．

第1章 Background and Basic Notions（背景と基本概念）

第2章 Consensus on p-Belief Communication（p-確信の情報伝達による評価の一致）

第3章 Rational Expectation on Non-Partitional Information（非分割情報下の合理的期待）

第4章 Knowledge, Rationality, and Sequential Equilibrium（知識，合理性，および逐次均衡）

この博士学位請求論文は，不確実性が存在する状況において必ずしも同一ではない情報を持つ個人からなる非対称的私的情報の経済社会を考察し，R. Aumann 教授が経済学への導入を行なった認識論的な視点から，ミクロ経済理論あるいはゲーム理論における分析上の貢献を狙ったものである．Aumann (1976) は，ある事実に関して，「すべての個人がその事実を認識している，ことをすべての個人が認識している，ことをすべての個人が認識している，．．．」という認識の無限連鎖を考察し，ある事実に関して個人間でこのような「認識の無限連鎖」が成立しているときに，その事実は個人間で共通認識（common knowledge）になっていると定義した．本論文において石川氏は，「人間が自分の能力を用いて（認識の）無限（連鎖）の状態を考えることは難しく、その能力によって共通認識がどのように実現されるかは自明ではない．．．能力の制約がどの程度の制約なのかをも明示化する必要がある」という問題意識から出発して，第1章において認識および確信モデルを定式化し，基本的な性質を概観した後に，（1）共通認識を達成するためのプロセス，（2）共通認識や均衡達成に要請される個人の認識能力の程度，（3）主体の認識と均衡の関係，という3つの問題に焦点を絞る．本論文の2章から4章は，これらの問題に対してこれまで石川氏が行ってきた理論分析の結果をまとめたものである．このような問題に関する通常の分析では，個人の情報構造が状態空間の分割であることを仮定するが，この仮定を弱めて，非分割的情報構造を持つ経済を考察するというのが，本論文における石川氏の分析的特徴であり，理論分析上の貢献となっている．非分割的情報構造とは，個人の認識能力が「ある事象を認識していないとき，自分がそのことを認識している」という条件を必ずしも満たさない状況である．

以下では、まず第2章から第4章までの各章ごとにその内容を概観し、石川氏の論文の貢献に対する評価を与えることにしたい。

第2章 Consensus on p-Belief Communication (p-確信の情報伝達による評価の一致)では、不確実性が存在する状況において非対称的私的情報を持つ個人からなる社会を考え、任意の事象に対してそれが起こり得る確率について異なる評価がなされていたとしても、相互の情報伝達を通してそれが起こる事後的確率評価に関して意見の一致を見るような情報の伝達プロセスを提示し、それを分析する。既存の研究と異なる点は、情報の伝達プロセスにおいて各個人が伝達する情報の内容が情報構造として非分割的となる場合を考察していることにある。伝達する情報構造の非分割性は、各個人の伝達する情報が多少の曖昧さを持つことに起因している。伝達する情報の多少の曖昧さを表現する概念は「p-確信の情報伝達」である。いま、ある事象が生起したとする。異なった情報を持つ各個人はそれぞれの私的情報を用いてこの事象に関する事後的確率を計算するが、この事後的確率がp以上となるとき、その個人は事象を「p-確信する」とよぶ。p-確信している個人は必ずしもその事象が起きたと確信している訳ではないが、「かなり高い」p以上の確率でそれが起こったと確信しているのである。本章の目的は、伝達する情報の内容をp-確信する事象に制約し、そのような制約的な情報伝達の場合においても、異なる情報を持つ個人間の情報伝達により、事象の事後的確率評価について全員の意見の一致を見るに至ることを示すことにある。p-確信する事象による情報構造の一つの特徴は、それが非分割情報構造をもたらすことである。先に、提起された氏の3つの問題に照らすと、本章では、共通認識を達成するための情報伝達のプロセスをそのプロトコルの性質によって明らかにし、個人の認識能力に制約があったとしても共通認識は達成可能かという問題に1つの答えを用意する。

一般にプロトコルとは、情報伝達プロセスにおける手順を定めた規約のことであるが、本章では、 $0, 1, 2, \dots$ という離散時間を考え、各時点における情報の送り手と受け手とを1人ずつ示す関数をプロトコルとよぶ。分析を簡単にするために、情報の受け手となったものはつぎの時点に送り手となるようなプロトコルを考える。本章の分析の上で本質的なプロトコルの性質はその「反復性」(repetitiveness)である。プロトコルが反復的であるとは、どのような個人も、任意の時点に関し、その時点以降にその個人が必ず情報の受け手となることをいう。

考察の対象となる情報伝達プロセスは、反復的プロトコルを前提として任意に与えられた事象に対して定義され、情報伝達により得た情報構造、それをベースに各個人が学んだ情報構造、学んだ情報構造を使って計算した条件付き確率、情報の送り手となる個人が情報の受け手に伝達する情報(メッセージ)の4者を各時点において定めるもので、つぎのように帰納的に定式化される。まず、情報伝達が開始する時点では、情報伝達により得た情報構造もそれをベースに各個人が学んだ情報構造も最初に各個人が持っている情報である。したがって、条件付き確率も当初の情報に関する条件付き確率である。情報の送り手が受け手に伝達するメッセージの定め方が重要である。送り手の私的情報によって計

算された条件付き確率を下回らないような状態の集合としての事象を、送り手は相手へのメッセージとして伝達する。初期時点以降では、つぎのように定められる。前時点で情報の受け手となった者は、情報伝達により得た前時点における情報構造と受け取ったメッセージの双方から得た情報が情報伝達により得たその時点での情報構造を定めるが、情報の受け手とならなかった者は、情報伝達により得た情報構造は、前時点のままである。また、情報伝達により得た情報構造から定められる情報分割が、各個人の学ぶ情報構造となる。情報の送り手が受け手に伝達するメッセージは、事象の条件付き確率が送り手の学んだ情報によって計算された条件付き確率を下回らないような状態の集合としての事象である。言い換えれば、送り手の学んだ情報によって計算された条件付き確率を p としたときの p -確信情報伝達である。このようにすべての時点にわたる情報伝達プロセスが規定される。

先行研究には、Geanakoplos and Polemarchakis (1982), Cave (1983), Parikh and Krasucki (1990) があるが、これらは共通認識が個人間の反復的な情報交換によって達成されることを示している。Geanakoplos and Polemarchakis は個人が2人の場合を分析した。Cave のモデルでは、2人の個人に限定されてはいないが、情報の送り手は同時に他のすべての個人に情報を伝達するという情報伝達としても最も制約の少ない状況での分析であり、ある意味で2人の個人間における情報伝達と本質的には変わりのない状況を考察している。他方、Parikh and Krasucki は、情報の受け手が1人のみの場合を分析した。この場合、すべての個人が情報を同時に受け取るわけではないため、多数の個人間で共通認識を達成するのは容易ではないが、事後確率についての反復的な情報交換によって全員の事後確率が一致するようになることを彼らは示した。これら一連の先行研究では、事後確率自体を情報として伝達することを想定している。

本章で証明される主要な結果はつぎの定理 (Theorem 2.3) としてまとめられている。つまり、ある任意の事象が与えられたとき、反復的プロトコルを前提とした上記の情報伝達プロセスを想定すれば、すべての個人がその事象に対して同一の条件付き確率の評価をするに至るということである。

第2章における石川氏の貢献は、反復性を持つプロトコルによる情報伝達プロセスであれば、伝達される情報が各個人が有する情報を100%反映しなくとも、任意の事象に関する事後確率について全員一致した評価をするようになることを示した点にある。この結果は氏が査読付き専門誌に公表した共同論文の結論をさらに拡張した内容になっている。

第3章 Rational Expectation on Non-Partitional Information (非分割情報下の合理的期待) では、不確実性が存在する状況において非対称的私的情報を持つ個人が取引を行う経済の市場均衡が分析されている。既存の研究と異なる点は、個人が持っている情報構造が非分割的である場合を考察していることである。この章の目的は、合理的期待均衡の存在定理、厚生経済学の基本定理、無取引定理等に関する従来 of 諸結果をより一般的な非分割情報構造の場合に拡張することである。

論文では個人は市場価格から情報を得て期待形成を行うことが想定される。個人が価格から得られる情報を用いて期待形成を行う市場における合理的期待均衡の分析は、

Radner (1979)に始まり, Allen (1981)等によって一般的な測度空間を用いて分析されている。他方, ゲーム理論の観点からAumann (1976)によって定式化された共通認識の概念を適用して, Milgrom & Stokey (1982)によって市場均衡の特徴付けがなされ, いわゆる無取引定理 No Trade Theorem が示されている。また, 彼らによって無取引定理と合理的期待均衡との関連も分析されている。石川氏の論文はこれらの一連の研究を拡張したものとなっている。ここでの拡張とは, 従来の研究では個人の持つ情報構造が状態空間の分割であることが仮定されていたが, より一般的な非分割的な情報構造のケースについても従来の結論が成立することを示したことである。

非分割的な情報構造の場合の分析として既にGeanakoplos (1989)によるものがあるが, 石川氏の場合は, 個人が効用関数から得られる情報と矛盾しないような期待形成をするという条件を用いており, Geanakoplos とは異なる手法が採られている。

考察される経済は, 多数の個人と複数の種類の財から構成される交換経済である。時間の概念として, 私的情報がまったく得られない「事前期」, 私的情報を得る「中間期」, 状態が確定し情報が完全に顕示する「事後期」の区別がなされ, 財の取引は中間期になされるとされる。各個人が持っている情報は反射律と推移律を満たす写像で表現され, 非分割的情報構造を含む一般的なモデルが提示される。各個人の財の初期保有量および効用関数については, 個人の情報から生成される加法族に関して可測であることが仮定される。

個人は状態と価格との間の関係を予想し, その価格関数を用いて期待形成を行う。個人は私的情報と価格関数から得られる情報の両方に基づいて, 予算制約のなかで自己の期待効用が最大になるように財の取引をする。このように行動する個人からなる市場において需給が均衡する状態として, 合理的期待均衡が定義される。石川氏の議論の特徴は, 期待形成の表現において個人が持つ情報と認識能力との関係が明示的になっている点である。均衡における個人の期待形成の合理性として, 個人は中間期において自己の期待効用を知っていることが要請される。論文では, この期待の合理性が無取引定理を成立させる重要な条件となっている。

以上の経済モデルにおいて, 以下の3つの主要な定理が証明される。第1に, 各個人が期待に関して合理的であるような合理的期待均衡が存在する(Thm. 3.14)。第2に, 事前期においてパレート最適な配分は, 各個人が期待に関して合理的であるような合理的期待均衡における配分と同値である(Thm.3.15)。第3に, 事前期においてパレート最適である初期配分においては, もし各個人が期待に関して合理的であり, また, ある取引によって効用が低下することがないということが共通認識であるならば, その取引によって各個人の効用水準は取引が無いのときと同じ水準となる。さらに, すべての個人が危険回避的ならば, その取引量はゼロでなければならない(Thm.3.25)。

第1の定理が合理的期待均衡の存在定理であり, 第2の定理が厚生経済学の基本定理である。また, 第3の定理が無取引定理である。議論において中心的な役割を果たしているのは, 各個人が中間期に自分の期待効用を認識することができるという期待の合理性に関する条件である。第3章における石川氏の貢献は, 上記の諸定理を個人の情報構造が分割ではない状況に拡張したことであり, したがって, 非分割的な情報構造のケースを含む

一般的なアプローチに新たな可能性が示されたといえることができる。

第4章 Knowledge, Rationality, and Sequential Equilibrium (知識, 合理性, および逐次均衡) は逐次均衡(sequential equilibrium)の認識論的条件(epistemic condition)を分析している。より具体的には, まず偶然手番のない有限完全記憶展開形ゲームに議論を限定する。さらに, 「すべてのプレイヤーが他のプレイヤーの戦略を知っている」という条件を満たす情報構造のみを分析の対象とする。これを「公的知識(public knowledge, 公開情報)の条件」とよぶ。ここで, 任意の信念の体系 (system of belief, 確信) μ について, μ -合理性 (μ -rationality) と μ -一貫性と (μ -consistency) という事象を定義する。 μ -合理性とは, μ の下で, いま選択している戦略よりも高い期待利得をもたらす戦略が存在するということ知らない, という事象である。また μ -一貫性とは, いまプレイヤー達の選択している戦略の組について, それに収束する完全確率的な (completely mixed) 戦略の組の列で, さらにそれぞれに付随している信念の体系の列も μ に収束するようなものが存在する, という事象のことである。この章の主要定理は, いまプレイヤー達が選択している戦略の組と μ の組合せが逐次均衡を構成するための十分条件は, すべてのプレイヤーが μ -合理的かつ μ -一貫的であることをすべてのプレイヤーが知っていることである, という結果である (Theorem 4.4)。また, この結果を代表的な (generic) 完全情報ゲームに適用することにより, いまプレイヤー達が選択している戦略の組が後方帰納法 (backward induction, 逆向き推論法) の解と一致するための必要十分条件は, すべてのプレイヤーが合理的であることをすべてのプレイヤーが知っていることである, という結果が得られる (Corollary 4.5)。

均衡概念の認識論的条件の分析は, 現在のゲーム理論において重要な研究テーマの一つであり, また, とりわけ展開形ゲームに関しては, いまだ十分に解明されていない最先端の研究領域である。具体的に言えば, この章で採用されている分析手法は, 代表的な先行研究である Aumann (1995) に基づいたものになっている。しかし, Aumann が完全情報ゲームのみを分析の対象としていることに顧慮すれば, この章の分析が単なる Aumann の拡張でないことは明らかである。なぜなら, 不完全情報ゲームにおいて逐次均衡の議論を行なうためには, 戦略の他に, 信念の体系を分析の対象にしなければならないからである。これに対し, この章では μ -一貫性という概念を導入することによって逐次均衡の特徴づけに成功している。この点は石川氏の貢献と評価できる。しかし, ここでの信念の体系の取扱いはまだ初歩的な段階にあることも否定できない。例えば, Aumann and Brandenburger (1995) による標準形ゲームの分析結果との対応について, 石川氏はここでの結果との関連性は明確ではないと主張しているが (3.3節), これは信念の体系についての分析が不十分であることに主に起因している。例えば, μ -一貫性という概念をさらに分解して条件を精緻化するというのとは一つの研究の方向性であろう。ただ, そういった今後の研究に対して, ここでの分析結果がその土台を与えていると予想される。この意味において, ここでの分析は当該研究分野に貢献したと言える。また, この章の主眼は不完全情報ゲームの分析にあるが, 完全情報ゲームのクラスに議論を絞った場合にも, ここでの結果

は貢献がある。上の Aumann は、後方帰納法の解がプレーされるための十分条件として、すべてのプレーヤーが合理的であることが共通認識になっていることを主張している。しかし、そこでは後方帰納法の解がプレーされるための必要条件については議論していない。一方、ここでは分析対象とする情報構造を「公的知識の条件」を満たすクラスに制限することによって、後方帰納法の解がプレーされるための必要十分条件を得ることに成功している。また、その条件によれば、合理性に関する共通認識は必ずしも必要でなく、それよりも緩い相互認識 (mutual knowledge) の条件が満たされれば十分であることが明らかになったのである。無論、それでは「公的知識の条件」とは一体何を意味するのか、という論点は重要であり、その点についてのここでの分析は十分とは言えない。しかし、上に述べたように、ここでの分析が「後方帰納法の認識論的条件」という研究テーマに新しい知見をもたらしたことは間違いない。本章においては、まだ十分、分析が深化されていない箇所が幾つか見受けられるものの、最先端の研究テーマへの端緒という意味では十分に貢献があり、また今後のより重要な研究への土台を与えているという意味でも評価できる。

以上の第2章から第4章の主要な結果は、いずれも海外における複数の国際学会および国内の研究集会・日本経済学会等において発表されており、これらの論文は経済理論もしくはゲーム理論の国際的専門誌上で発表可能な内容と貢献を含むものと評価される。部分的にはより詳細な解説が望まれる箇所や英語の表現上推敲を要する箇所も散見されるが、第2章における内容が海外の専門誌に氏が公表した論文における主要定理をさらに拡充したものであることから窺えるように、学位請求論文は、石川氏がすでに独立した研究者として経済学専門誌に発表され得る水準の論文を書き上げていることを明白に示している。したがって、われわれ審査員一同は、石川竜一郎氏の博士学位請求論文『Belief, Rationality, and Equilibrium in Game Theory』（ゲーム理論における確信、合理性、および均衡）が、一橋大学博士学位に十分値する内容を含んでいるものと判断する。

審査員

（外部審査員）

東京工業大学名誉教授

鈴木 光男

（内部審査員）

清水 崇

鈴木興太郎

武隈 慎一

山崎 昭