

# 博士学位請求論文審査報告書

申請者： 千木良 弘朗

論文題目： Essays on Econometric Models of Linear Dynamics

## 1. 論文の主題と構成

経済理論には動学を含むものが多くあることから、それら経済理論を検証するための計量経済モデルにも色々な形で動学的構造が取り入れられてきた。本論文では、動学を含む数多くの計量経済モデルの中から、共和分を持つ時系列モデルとダイナミック・パネル・モデルが取り上げられている。本論文の目的は、これらのモデルを分析する際に生じる様々な計量経済学の問題を解決するための適切な手法を提案することである。これらの手法の構築にあたっては、小標本での特性の良さや計算の簡便性等に重点がおかれ、実証分析における実用性の向上を目指している。それが本論文の根底に流れる基本姿勢である。

本論文は5章からなり、各章の表題は以下のごとくである。

Chapter 1: Overview

Chapter 2: A Study for Dynamic Relationship between Integrated Time Series

Chapter 3: Forecasting and Testing in Large Cointegrated Systems

Chapter 4: A Test of Serial Correlation in Deviations from Cointegrated Relations

Chapter 5: A New Approach to Estimation of Dynamic Panel Models in Small Samples

具体的には、第1章が序文、第2、第3、第4章が共和分モデルに関する研究で、第5章がダイナミック・パネル・モデルに関する研究である。第2章では共和分モデルにおける短期 Granger 因果性の検定法の改善法が提案され、また共和分モデルにおける長期的効果の分析も行われている。第3章では規模の大きい共和分モデルにおける共和分検定と予測の方法が提案されている。第4章では、共和分関係からの誤差に系列相関があるか否かを検定する方法が提案されている。この検定は、いくつかの経済理論の検証に役立つものである。第5章では、ダイナミック・パネル・モデルについて、既存の方法より小標本特性の優れた推定方法が提案されている。

## 2. 各章の概要と評価

以下では、本論文を構成する各章の主たる内容を紹介し評価する。ただし第1章は、序章として共和分モデルとダイナミック・パネル・モデルの特徴と既存の方法の問題点を整理し、本論文の背景、問題意識、および成果を概観しているものなので、第2章から評価を始めることにする。

## 第2章

本章では、共和分を含む VAR (vector autoregressive)モデルにおける変数間の関係を考える。時系列モデルには変数間の関係を記述する概念がいくつかあるが、ここでは短期 Granger 因果性と長期的影響関係の2つを扱う。つまり、この章には大きく分けて2つの話題を取り扱っている。

まず1つ目の話題、共和分を含む VAR モデルにおける短期 Granger 因果性の検定に関する研究について概要を説明する。共和分を含む VAR モデルにおいて因果性の検定を試みると、検定統計量の分布が標準的でなくなる可能性があり、また nuisance parameter に依存することもある。したがって通常の方法の検定では行えないことが知られている。標準的な分布 (例えば、 $\chi^2$  分布) に基づいて検定ができる方法としては、Toda= Yamamoto (1995) の LA-VAR (lag augmented VAR) と呼ばれる方法が実用的な方法として広く用いられている。しかしこの方法は、検定の検出力が高くないことが知られている。本章の目的は、LA-VAR より検出力の高い検定方法を提案することである。まず、分布が標準的でなくなる原因は、共和分行列の部分行列が退化するか否かに依存していることが示されている。ここでは部分行列が退化しているか否かの判断には Kurozumi (2005) の最近の結果を用いる。そして部分行列が退化している時には、一般化最小自乗法を用いて退化に伴う問題を回避し、そうでない時には通常の方法を用いるという手法 (ここでは、COM-VAR 検定と名付けられている) が提案されている。さらに、COM-VAR 検定のサイズの歪みを修正する方法も提案されている。

実験および実証分析によって、サイズを修正した COM-VAR 検定が従来の方法に比べて、より高い検出力を持ち、有用であることが確かめられている。提案された COM-VAR 検定は、実用性の高い有用な方法であると思われる。

続いて2つ目の話題、長期的効果に関する研究についての概要を説明する。共和分を含む VAR モデルにおいては、長期的効果を表すものとして、VAR モデルから導かれる長期インパルス応答 (いわゆる  $\Theta$  行列) と、モデルの無限次の MA (moving average) 表現における impact 行列 (いわゆる  $C$  行列) の、2つの表現が知られている。従来、この2つの表現の関係は明らかでなかったが、ここでは、2つの表現が同値であることが厳密に証明されている。 $C$  と  $\Theta$  の推定量だけでなく推定量の分散も等しいことが示されており、2つの表現は全く同等なものであることが示されたことになる。この結果は黒住、山本との共著として、学術誌 *Econometric Theory* (2005) に既に掲載されている。

## 第3章

本章では、大規模な共和分モデルにおける共和分ランク検定と予測の方法が提案されている。既存の共和分ランクの検定法は、その臨界値がモデルの規模 (すなわち変数の数)  $m$  に依存するものが多く、大きな  $m$  に対しては臨界値が求められておらず実行が難しいとい

う問題がある。また、一般にはモデルの VAR 表現や攪乱項の正規性等の制約的な仮定を前提としている。そこで本章では、まずより緩やかな制約の下で、モデルの規模に依存せず実行可能な共和分ランクの検定法が提案されている。基本的なアイデアは、共和分ランクが  $r$  である時の共和分モデルの主成分系列については、固有値の大きい方から  $m - r$  個の固有値に対応する主成分系列が単位根を持つことを利用し、各主成分系列に単位根検定を行って、単位根を持つ主成分系列の数を数えれば、 $m - r$  を知ることができ、従って共和分ランク  $r$  を決定できる、という考え方をを用いている。

また既存の VEC (vector error correction) 表現を使った予測法は、推定すべきパラメータの数が  $m$  と共に急速に増大するので、大規模なモデルでは推定すべきパラメータ数が大きくなり、予測の精度が落ち、実用性はなくなる。そこでここでは、推定するパラメータの数を節約し、かつモデルの VAR 表現や攪乱項の正規性を仮定しない、より緩い仮定の下での予測法が提案されている。これは Kariya (1988) の MTV (multivariate time series variance component) 法を、共和分を持つ多変量時系列に適合するように修正して適用したものである。モデル全体を同時にではなく、各主成分系列を単系列毎に予測することでパラメータ数を節約しながらも、この方法に基づく予測は共和分制約が満たされることが示されている。各変数を単系列の ARIMA (autoregressive integrated moving average) モデルで予測した場合には、共和分制約は満たされないので、この MTV 予測は単系列 ARIMA 予測より精度が良くなると考えられる。

実験および実証分析の結果、上記の共和分ランクの検定、MTV 予測法は既存の方法より、小標本において予測精度が高いことが示された。その中でも、 $r/m$  が大きいほど、MTV 予測の単系列 ARIMA 予測に対する予測精度の改善の度合いが高くなる、という興味深い結果が示されている。この現象は、直感的には、MTV 予測がモデルに含まれる単位根の数をきちんと考慮している（単位根の数を  $m - r$  個とする）のに対し、単系列の ARIMA 予測は常に単位根の数を  $m$  個と想定してしまうことが原因と考えられる。

#### 第 4 章

本章では、共和分関係からの乖離に系列相関があるかどうかを検定する方法が提案されている。経済学では共和分関係を一種の長期的関係とする見方があり、その文脈では、しばしば共和分からの誤差に系列相関が無いことが経済理論の成立に必要なだと論じられる。例えば、為替市場において効率性仮説が成立する場合には、直物レートと先物レートがある特定の共和分関係にあり、その共和分からの誤差に系列相関があってはならないと主張される。そこで、ここでは共和分関係からの誤差についての系列相関の検定法を提案している。

この章では、まず共和分関係からの誤差に系列相関が無いことと、VEC 表現のパラメータ間にある制約が満たされることが等価であることが示される。ここでは後者が系列無

関連の検定可能な仮説として採用されている。そして、その仮説に基づいた Wald 検定統計量が漸近的に  $\chi^2$  分布に収束することが示されている。

実験および実証分析の結果、この検定法が既存の方法より特に検出力が優れることが示されている。小標本特性に優れ、 $\chi^2$  分布に基づく検定が可能なので、実証分析にとって大変有用な方法であると思われる。本章の論文は学術誌 *Economics Letters* への掲載が決定している。

## 第 5 章

本章では、ダイナミック・パネル・モデルの新しい推量法が提案されている。既に GMM (generalized method of moments) に基づくいくつかの方法が提案されているが、それらの推定法は、時間方向のデータ数  $T$  が小さい時、バイアスが大きく、その結果として検定のサイズが歪むことが知られている。そこで本章では、そのバイアスとサイズの歪みの改善が試みられている。

まず、バイアスの修正については、ダイナミック・パラメーターの推定量の漸近バイアスが  $O(1/T)$  であるならば、jackknife 法に基づいて簡単にバイアスを消せることを示し、その性質を持つ推定量が構築されている。この方法が適用可能であるためには、推定量の漸近バイアスが  $O(1/T)$  である必要がある。従来の種々の GMM に基づく推定法はそのような性質を持たない。本章の重要な点は、そのような漸近バイアスを持つような新しい GMM 推定法を提案しているところにある。サイズの歪みについては、分散の推定量を修正することで修正できると考えている。GMM の枠組みでの分散推定量の修正法は、例えば最近 Windmeijer (2005) が提案しているが、その方法はモデルの初期推定値を必要とし、計算も極めて煩雑である。本章での方法は、モデルの初期推定値を必要とせず、分散推定量の修正法はより簡便である。さらに、より効率的な推定を行うため、追加的な操作変数を用いる推定法も提案されている。

実験によって、これらの推量法は既存の標準的方法 (システム GMM 法) よりバイアス、サイズ共に歪みが小さいことが確かめられた。また、追加した操作変数は推定量の分散を減少する効果を持つことが確かめられている。ここでの方法は、ある程度  $T$  が小さい時 (例えば、 $T=10$ ) に極めて有用であると考えられる。

### 3. 全体的評価

以上述べてきたように、千木良氏の博士学位請求論文は動学的特性を持った時系列モデルおよびダイナミック・パネル・モデルに関する 4 つの独立した論文から成り立っている。個々の章の概要ならびに評価で述べたごとく、そこでは既存の方法の持つ様々な問題点を克服する独創的な手法が示されている。これらの論文に共通するのは、手法的に言えば簡便で、かつ小標本特性の改善に重点が置かれていることである。これらは実証分析家

にとって特に重要な貢献と考えられる。すでに述べたように、一部の結果は既に学術誌に公刊あるいは近刊となっており、それ以外の部分も、若干の修整後には学術誌に公刊される水準にあると考えられ、いずれも学術的に十分なレベルに達しているとは評価することができる。

もっとも論文が現状において完全という訳ではなく、一部の証明にその厳密性に不十分なものがあるという指摘等がなされた。しかしこれらの指摘は本学位請求論文の基本的な価値を損なうものではなく、この方面での同氏の今後の精進に期待することとした。

以上のことから、我々審査委員一同は千木良弘朗氏の博士学位請求論文「**Essays on Econometric Models of Linear Dynamics**」が一橋大学博士学位（経済学）に十分に値すると判断する。

2006年2月8日

審査員 北村行伸  
黒住英司  
斯波恒正（主査）  
田中勝人  
山本 拓  
（50音順）