

申請者：竹内明香

論文題目：オプション価格差の実証分析

## 1. 論文の主題と構成

本論文は、オプションの理論価格と市場価格の差を価格差と呼び、日本の日経 225 オプションおよびアメリカの S&P500 オプションの価格差の時系列的特性やマネネス（権利行使価格と原資産価格の比）や、残存期間などとの関係について計量分析を行ったものである。

オプションの理論価格の導出にはブラック＝ショールズモデルを用いることが多いが、このモデルは、ボラティリティをオプションの満期まで一定であると仮定する。ところが、近年のファイナンスの計量分析では、ボラティリティは一定ではなく、日々確率的に変動するという考えが主流になっている。本論文では、こうした点をきちんと考慮し、理論価格の導出に、ブラック＝ショールズモデルだけでなく、ボラティリティ変動モデルも用いているのが特徴である。ボラティリティ変動モデルにはこれまでにさまざまなモデルが提案されているので、最初にそうしたモデルの中から GARCH、GJR、EGARCH、QGARCH、Stochastic Volatility (SV) といったモデルを取り上げ、それぞれのモデルからオプションの理論価格を導出し、どのモデルが実際のオプションの市場価格に対してフィットが良いか比較を行った上で、フィットが良かった GARCH、EGARCH モデルを以後のオプション価格差の分析で用いている。

オプション価格差について分析した研究は日本では少なく、特にボラティリティの変動まで考慮して分析したものは日本では他に例がない。また、オプション価格差の時系列的特性に関する研究は海外でもまだ行われていないので、本論文は重要な研究であると言える。さらに、オプション価格差とマネネスや残存期間などとの関係についての分析では、既存の分析手法をそのまま応用するのではなく、オプションは日々限月や権利行使価格の違うものが複数取引されているので、オプション価格をパネルデータと見なすことにより新たな分析手法を提示しているのも評価に値する。

本論文は以下の 5 つの章から構成されている。

第 1 章 序章

第 2 章 オプション理論価格

第 3 章 オプション価格の自己相関

第 4 章 日本のオプション市場構造を考慮したオプション価格差分析

第 5 章 アメリカのオプション市場構造を考慮したオプション価格差分析

具体的には、第1章で本論文の構成と概要を説明した後、続く第2章で、通常のブラック=ショールズモデルに加え、GARCH、GJR、EGARCH、QGARCH、SVといったさまざまなボラティリティ変動モデルを用いて日経225オプションの理論価格を導出し、どのモデルが実際のオプションの市場価格にフィットが良いか比較を行っている。そこでGARCHとEGARCHモデルがフィットが良いという結果が得られたため、以後のオプション価格差の分析では、ブラック=ショールズモデルに加え、それらのモデルも用いてオプションの理論価格を導出している。第3章ではオプションの価格差の時系列的特性について分析を行っている。第4、5章では、オプション価格とマネネスや残存期間などとの関係について分析を行っている。ここでは、オプション価格のデータをパネルデータと見なすことにより新たな分析手法を提案している。そうした手法を用いて、第4章では日本の日経225オプションの価格差について、第5章ではアメリカのS&P500オプションの価格差について計量分析を行っている。

## 2. 各章の概要

以下では、本論文を構成する各章の概要を述べる。ただし、第1章は序章なので、第2章から述べることにする。

### 第2章

ボラティリティの変動を表すモデルにはさまざまなモデルが提案されている。本章では、そうしたモデルの中から、GARCH、GJR、EGARCH、QGARCH、SVモデルを取り上げ、日経225オプション価格のデータを用いて、どのモデルが実際のオプションの市場価格にフィットするか比較を行っている。その結果、コール・オプションではGARCHモデル、プット・オプションではEGARCHモデルが最もフィットが良いことが示されている。また、GARCH、GJR、EGARCH、QGARCHモデルについては、誤差項の分布に正規分布だけでなく $t$ 分布を用いた分析も行っており、 $t$ 分布を用いた方が原資産である日経225株価指数に対するフィットは良くなるが、オプション価格に対しては逆にフィットが悪くなるとの結果を得ている。

### 第3章

本章では、日経225オプションの価格差の時系列的特性について計量分析を行っている。分析の結果、価格差に有意な自己相関が存在することが明らかになっている。また、そうした自己相関を考慮して、価格差の変動をAR(1)モデルによって定式化してオプション価格を予測すると、予測パフォーマンスが良くなることを示している。

## 第4章

本章では、オプションは日々権利行使価格や限月の違う複数のものが取引されているので、その価格をパネルデータと見なすことにより、価格差とマネネス、残存期間などとの関係を分析している。そこでは、取引が成立せず価格がついていない場合に、それを切断されたデータと見なすことにより、条件付分布からシミュレーションによって発生させた上で推定を行うという新たな手法も提案している。これは、具体的には、取引がなかったオプションの価格をその条件付分布からシミュレーションによって発生させ、それを観測される価格に加えてモデルのパラメータを GLS で推定するというプロセスを、パラメータの推定値が収束するまで繰り返すというものである。そうした手法を用いて、日経 225 オプションの価格差について分析を行った結果、価格差は、マネネス、残存期間、取引種別（取引開始から満期までの期間）に依存することが明らかになっている。特に残存期間に関しては、コールオプションでは残存期間が長くなるほど価格差の負のバイアスが大きくなるのに対して、プットオプションでは逆に残存期間が長くなるほど負のバイアスが小さくなるという結果が得られている。また、価格差の分散に取引日や権利行使価格に依存した分散不均一性が存在することも明らかになっている。

## 第5章

本章では、第4章で提案した手法を用いて、アメリカの S&P500 オプションの価格差とマネネス、残存期間などとの関係を分析について分析を行っている。その結果、価格差はマネネスには依存するものの、日本と異なり、残存期間や取引種別には依存しないことが明らかになっている。また、日本同様、価格差の分散に取引日や権利行使価格に依存した分散不均一性が存在することも明らかになっている。

## 3. 評価

本論文は、オプションの価格差についていくつかの新たな知見を与えている。その中で、我々審査委員が特に高く評価したのは以下の点である。(1) 第3章で日経 225 オプションの価格差の時系列的特性について分析を行っているが、こうした分析を行ったのは本論文が初めてである。(2) それによって、日経 225 オプションの価格差に有意な自己相関が存在することが明らかになり、そうした自己相関を考慮して価格差の変動を AR(1) モデルで定式化してオプション価格を予測すると予測パフォーマンスが良くなるという興味深い結果を示している。これは、単に学術的にだけでなく、金融実務においても注目されるべき重要な結果である。(3) 第4、5章では、単に既存の手法を応用するのではなく、オプション価格をパネルデータと見なすことにより、新たな分析手法を提案している。

その一方で問題点も少なからず残っているので、今後の課題としていくつか挙げておく。

(1) 本論文で用いているいくつかの推定法には改良の余地がある。第2章でSVモデルの推定に用いている擬似最尤法は効率性が低いことが知られている。シミュレーションによる最尤法、マルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC)を用いたベイズ推定法など、より効率性の高い推定法が提案されているにもかかわらず、効率性の低い推定法を用いていることには問題がある。また、第4、5章では、取引のなかったオプションの価格をその条件付分布からシミュレーションにより発生させ、それを観測される価格に加えてGLSを行うというプロセスをパラメータの推定値が収束するまで繰り返しているが、MCMCを用いてベイズ推定すれば、取引が成立しなかったオプションの価格とモデルのパラメータを同時推定することができる。筆者にこうした新しい計量手法の知識が不足している感は否めない。(2) 第2章の分析は、三井(2000)、三井・渡部(2003)、渡部(2003)などで既に行われており、唯一異なるのは新たにQGARCHモデルも含めて分析を行っていることだけであり、それだけではオリジナリティに欠ける。誤差項に $t$ 分布を用いた分析も渡部(2003)で行われており、結果もそれと変わらない。先行研究で取り上げていないボラティリティ変動モデルには、さらにAPGARCHモデルやFI(E)GARCHモデルなどがあるので、そうしたモデルも取り上げて欲しかった。(3) 本論文の結果はすべてファクト・ファインディングであり、その原因や経済学的意味まで議論が及んでいない。特に、第4章の日本の日経225オプションと第5章のアメリカのS&P500オプションで結果に違いがあるのに、その違いが何によってもたらされているのか全く議論がなされていないのは残念である。

#### 4. 結論

以上の通り、本論文はなお少なからず問題点が残っているが、それを差し引いても、数少ないオプション価格差の計量分析として十分意義のある研究である。また、所定の口頭試問において我々審査委員から指摘された問題点についても概ね適切に改訂がなされている。さらに、第2章、第3章の元論文は、『一橋経済』等に査読付き論文として掲載されており、一定の評価を得ている。

以上の理由から、我々審査委員一同は竹内明香さんの博士学位請求論文「オプション価格差の実証分析」が一橋大学博士学位(経済学)に十分に値するものと判断した。

2007年2月14日

審査委員 (50音順)  
加納悟  
高見澤秀幸  
三井秀俊(日本大学経済学部助教授)  
山本拓  
渡部敏明(委員長)