一橋大学博士学位請求論文 要旨
"Strategic Complexity and Efficiency in Games with Sequential Interaction"

無藤 望

2009 年 12 月

1 Introduction

本論文は、限定合理性の一種である戦略的複雑度を考慮しながら、逐次的な構造を含む 3 つのゲーム理論モデルにおいて効率的な帰結を導く均衡の存在について論ずる。

経済学において、人々が完全に合理的と仮定して問題を分析することがしばしば行われるのに対して、完全な合理性は非現実的な想定でしかないという批判がなされてきた。これに応える形で、数多くの文献において様々な限定合理性の概念が提唱されている (Lipman (1995), Aumann (1996), Rubinsiten (1998))。その中で、本論文は限定合理性の一種である「戦略的複雑度」に着目する。ゲーム的状況において、プレーヤーは利得の最大化を目指すとするのが標準的な定式化であるが、戦略的複雑度の考え方では、プレーヤーは単なる利得最大化だけでなく、ゲームでの戦略遂行の複雑さを削減するインセンティブをもつと想定する。もし 2 つの戦略が同じ利得をもたらすならば、プレーヤーはより単純な方を選択すると仮定するわけである。

戦略的複雑度を経済学的モデルに取り入れて分析するためには、どのような戦略が複雑であるのかを測定する尺度が必要となる。繰り返しゲームにおいて、Aumann (1980) は、戦略を（有限）オートマトンの形式で表現することによって複雑度を定式化することを初めて提案した。オートマトンは状態集合、各状態における行動を指定する出力関数、各状態間の遷移律を記述する遷移関数から構成される。このうち、状態集合に含まれる状態数が多ければ、より多様な行動様式を記述できると直感的に考えられることから、オートマトンの状態数を戦略的複雑度の尺度として採用することが多い。これを「状態数の複

雑度」と呼ぶことにしよう。例えば、履歴によらずに毎期同一の行動を選択するという単純な戦略は 1 つだけの状態からなるオートマトンで表現できるので、状態数の複雑度は 1 である。

この複雑度の尺度を採用して、Abreu and Rubinstein (1988) は 2 人無限回繰り返しゲームのナッシュ均衡分析を行った。フォーク定理で示されるように、複雑度を考えない通常の場合は、実行可能な任意の利得の組がある均衡の経路上で実現される。しかし、プレーヤーが戦略的複雑度を削減するインセンティブをもって行動を決定するならば、フォーク定理と比較して、ナッシュ均衡利得集合が大幅に精緻化されることが示された。例えば、囚人のジレンマの繰り返しゲームの場合、(パレート) 効率的な利得の組の中で唯一、(協力, 1 協力) を各期繰り返して得られるもののみが、状態数の複雑度を勘案したナッシュ均衡利得として残ることがわかった。

この例に見られるように、均衡において効率的な帰結が得られるかどうかは均衡概念をどのように定式化するかに大きく依存する。本論文は次に掲げる 3 つのゲーム理論モデルに焦点を当て、それぞれにおいて効率的な帰結がある均衡概念の下で均衡として実現されるための条件について論じる。

Chapter 2: 2 人逐次手番ゲームを段階ゲームとする繰り返しゲーム
Chapter 3: 多人数間の交渉ゲーム
Chapter 4: パートナーシップ解消の問題

2 Strategic Complexity in Repeated Extensive Games

本章では、2 人逐次手番ゲームを段階ゲームとする繰り返しゲームを考える。図 1 は逐次手番囚人のジレンマの例である。このゲームではプレーヤー 1 が先に C か D を選び、その選択を観察した後にプレーヤー 2 が行動する。このようなゲームを含む一般の 2 人完全情報ゲームの繰り返しゲームにおいて、Piccione and Rubinstein (1993) は、状態数の複雑度を採用した場合のナッシュ均衡が、段階ゲームのナッシュ均衡の一つを無限回繰り返すものしか存在しないことを証明した。この結果を図 1 の例に適用すると、D を無限回繰り返す戦略の組だけが均衡であることがわかる。したがって、この場合、効率的な均衡は全く存在しない。

この極端な結果は、複雑度の尺度として状態数を採用したことに依拠している。Piccione and Rubinstein (1993) によるオートマトンの定式化では、各状態において段階ゲームの戦略を出力していることに注意すると、ここでのモデルのように段階ゲーム内部

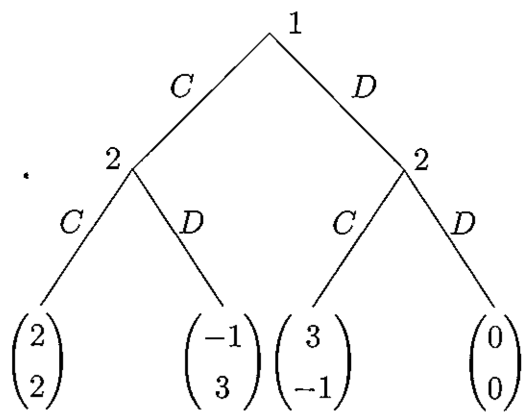

図 1　逐次手番囚人のジレンマ

に展開形の構造を含む場合には、段階ゲームの戦略自体の複雑さをも考慮に入れるような尺度の方が望ましいのではないかとも考えられる。そこで、本章では、新たな複雑度の尺度として「多重複雑度」を定義する。プレーヤー 2 に関して、段階ゲームの戦略をプレーヤー 1 の行動集合からプレーヤー 2 の行動集合への関数とみなすとき、多重複雑度は、その関数の値域に含まれる要素の個数を各状態について足し上げたものとして定義される。例えば、プレーヤー 2 にとって、つねに D を選択する戦略は多重複雑度 1 であるが、相手が C なら自分も C、相手が D なら自分も D という段階ゲームの戦略を毎期プレーする戦略は多重複雑度 2 と計算される。上記の 2 つの戦略は状態数の複雑度はともに 1 となって同じになるが、多重複雑度はこれらを区別するのである。

次に、この多重複雑度の下で、複雑度を勘案したナッシュ均衡の性質を調べ、次のような定理を得る。あるオートマトンの組が均衡であるための必要十分条件は、次の 3 条件である。(i) プレーヤー 2 の戦略がプレーヤー 1 の当期の行動に依存しない。すなわちプレーヤー 2 があたかも同時手番ゲームをプレーしているかのように振る舞っている。(ii) その組を同時手番ゲームのオートマトンとみなしたとき、同時手番ゲームの繰り返しゲームの中で複雑度を勘案したナッシュ均衡となっている。すなわち、Abreu and Rubinstein (1988) の結果で得られた均衡集合の一部となっている。(iii) 各オートマトンにおいて、異なる状態では異なる行動が選ばれている。

上記の第三の条件から、各プレーヤーは均衡において、ゲーム内で与えられた行動の個数を超える状態数をもつオートマトンを利用できないことがわかる。逐次手番囚人のジレンマの例では、行動は C, D の 2 つだけなので、均衡で用いられるオートマトンの状

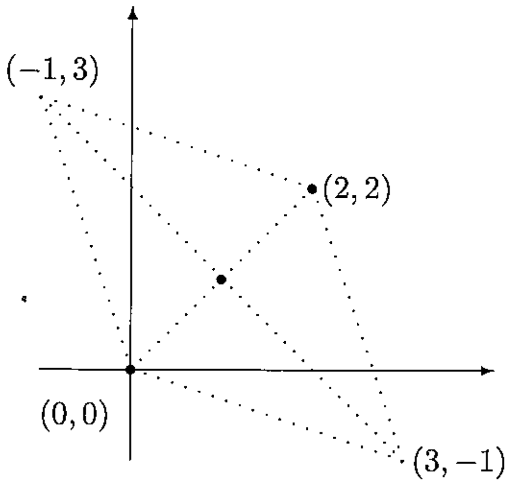

図 2　多重複雑度の下での、繰り返し逐次手番囚人のジレンマゲームの均衡利得集合

態数は 2 以下でなければならない。これは大きな制約で、実際、割引因子が 1 に収束したときの均衡利得集合は図 2 のように 3 点のみになってしまう。しかし、Piccione and Rubinstein (1993) と比較すると、(2, 2) という効率的な利得が依然として均衡で支持されているという点が異なる。すなわち、状態数の複雑度の下での均衡と異なり、多重複雑度の下ではプレーヤー間の協力が一つの均衡で達成されることが示される。

3　Strategic Complexity and the Core

本章では、利得が移転可能な場合における n 人交渉ゲームを考える。プレーヤー間でどのような配分が実行可能かは、各提携（プレーヤーの部分集合）に対してその提携が産出可能な余剰の値を対応させる特性関数によって定式化される。この交渉ゲームでは、あらかじめ決められた規則に基づいて各期ごとに誰が提案者になるかという順序が定められており、その提案者が自身を含む提携に対してその提携が産出する余剰をどのように配分するかを提案する。提携に含まれる他のプレーヤーは、その提案を受諾するか拒絶するかを逐次的に返答していく。もし、ある一人のプレーヤーが拒絶したら、その時点で交渉はそのまま次の期へ移行する。提携に含まれる全員のプレーヤーが提案を受諾したら、その提案は合意されたものとして配分が確定し、次の期に移ってから、提携に含まれなかった残りのプレーヤーで引き続き同様の交渉を行う。このような交渉において、非効率的な均衡が存在しないかどうか、あるいはあらゆる提携に関して逸脱のインセンティブが存在しな

い「コア」から外れてしまう均衡配分が存在しないかどうかが、これまで多くの文献で議論されてきた (Serrano (2005))。本章では、どのような均衡概念の下で、もしくはどのような交渉手順の下で、コアと均衡配分集合が一致するのかを考察する。コアは協力ゲームの概念であるのに対し、均衡は非協力ゲームの概念であることから、このような議論はコアの非協力的基礎付けと呼ばれる。

3 人以上の交渉ゲームでは、コアに含まれない部分ゲーム完全均衡配分が多く存在することが知られている。そのため、既存文献では部分ゲーム完全均衡の上に定常性を仮定して議論を進めることが多い。これに対し、Chatterjee and Sabourian (2000) は全員一致交渉ゲームという特別な場合において、戦略的複雑度を用いることで、定常性を均衡分析の結果として導出することに成功した。上記の交渉モデルは繰り返しゲームではないが、展開形の中に再帰的構造をもつため、戦略的複雑度を適切に定義することができる。本章では、優加法性をみたす一般の特性関数で定義される交渉ゲームにおいて、通常の定常性に加えて、Okada and Winter (2002) による応答における「利得指向則」を導入する。利得指向則とは、各期の最後の応答者は提案された配分における自分の取り分の大小のみを見て受諾するか拒絶するかを決めるという条件である。これを取り入れた定義の下で、複雑度を勘案したナッシュ均衡はつねに定常性と利得指向則をみたすことを証明する。この結果と Okada and Winter (2002) による定理を組み合わせることにより、特定の交渉手順を仮定した下で戦略的複雑度から導出されたコアの非協力的基礎付けができることになる。

次に、できるだけ一般的な交渉手順を考えるために、提案者の順序が一般の履歴に依存する場合を考える。この場合、定常性に加える条件として、利得指向則よりも強い閾値戦略 (Okada (1992))) を導入する。これは応答の順序が最後か否かにかかわらず、提案された配分における自分の取り分の大小のみを見て受け入れるか拒絶するかを決めるという条件である。その下で定常な部分ゲーム完全均衡利得集合がコアと一致することを証明する。ただし、そのためには交渉手順に関して、提案者の順序が多種多様なパターンを含んでいることを要請するような仮定を加えることが必要となる。この結果によって、従来とは別のコアの非協力的基礎付けが得られる。

4 On Efficient Partnership Dissolution under Ex Post Individual Rationality

本章では、パートナーシップ解消問題をメカニズム・デザインの手法を用いて分析する。企業間の共同事業や戦略的提携など、ビジネスにおいて様々なパートナーシップが存在している。このようなパートナーシップは形式的に1つの不可分な共有財産としてとらえることができる。この財産に関して、各プレーヤーの評価額がかけ離れてきた場合、その財産を1人のプレーヤーに独占させて、代償として他のプレーヤーに金銭的な移転を行うことが最も効率的な帰結となる。しかし、ここでは評価額は各プレーヤーの私的情報であるタイプに依存すると仮定するので、一般に誰に財産を引き渡すべきか、また、その際の金銭的保障額をいくらにすればよいかをつねに決めることができるとは限らない。メカニズム・デザインは、プレーヤーたちに適切なゲーム（メカニズム）をプレーさせることにより私的情報を引き出して、全体としてよりよい帰結を実現することを目指すものである。ここでは、メカニズムとして、プレーヤーは均衡において正しい情報を答える（インセンティブ制約）、プレーヤーは外部機会に劣らない利得を均衡で得る（個人合理性）、金銭的移転の総和はゼロ（予算バランス条件）の3条件をみたすものを探す。

本章では、1段階メカニズムおよび2段階メカニズムの2種類のメカニズムを考える。均衡条件として（ベイジアン）ナッシュ均衡を選ぶときは、顕示原理により、自身のタイプのみを申告させる1段階の直接メカニズムを考えれば十分である。個人合理性を中間段階（自分のタイプを観察したものの他人のタイプは知らない段階）において課す場合、Cramton et al. (1987) は、評価額が自身のタイプのみに依存する状況で、均等に共有されたパートナーシップはつねに効率的に解消可能であることを示した。Fieseler et al. (2003) はこの分析を、評価額が他人のタイプにも依存する「相互依存」の場合に拡張し、他人のタイプが大きいほど自分の評価額が低くなる「負の相互依存」の場合には、均等に共有されたパートナーシップはつねに効率的に解消可能であることを証明した。本章では、他の条件を保ちながら、個人合理性を事後段階（全員のタイプが判明した段階）に課すことで条件を強め、それでもやはり均等に共有されたパートナーシップを効率的に解消できるメカニズムがつねに存在することを、負の相互依存を仮定して証明する。このメカニズムでは、どのようなタイプが実現しても、プレーヤーはメカニズムに参加したことを事後的に後悔しない。

次に、Mezzetti (2004, 2007) による2段階メカニズムを考察する。均衡概念は完全ベ

イズ均衡を採用する。評価額が相互依存の場合、プレーヤーが実際に財産を取得して自分の真の評価額を知ると、他のプレーヤーがどのようなタイプだったかに関する情報も同時に得られることになる。もし、財産取得後にも情報を申告させる機会があるならば、メカニズムの第2段階としてその評価額を申告させることにより、より正確な情報を取得するできる可能性がある。第1段階での申告が虚偽でなければ、それを用いて各プレーヤーの評価額を計算することができるが、この値と第2段階での申告に食い違いがあれば、誰かが嘘をついていることが判明する。嘘が判明した場合に罰金を科すことができるとすれば、プレーヤー全員に各段階で正しい申告をさせるインセンティブを与えることができることが示される。実際、Mezzetti (2007) による shoot-the-liar メカニズムを応用すると、相互依存が正の場合でも、一般の共有割合の下で、効率的なパートナーシップ解消が可能であることが証明される。

5 Conclusion

それぞれのモデルにおいて効率的な均衡がある条件の下で存在することが示された。このように戦略的複雑度をはじめとする条件を付加的に与えてもなお効率的な均衡が残るかどうかは、他の様々な経済的状況においても重要と言えよう。その意味で、本論文で論じた分析をさらに広いゲーム理論モデルに適用することによるさらなる発展が望まれる。