

博士学位申請論文審査報告書

申請者：矢部 竜太

論文題目：「Frontier of Modern Econometrics」(現代計量経済学のフロンティア)

1. 論文の主題と構成

矢部竜太氏は、本学大学院修士課程入学後、主として、非定常あるいは反転不可能な時系列モデルの推測理論を研究してきた。その後、モデルの特定化を極力おさえたセミパラメトリック・モデルに関する研究も並行して行ってきた。本論文は、これら2つの分野を対象にして作成されたものである。

本論文は、第1章の導入部から始まり、5つの章からなっており、大きく2つの柱から構成されている。第1の柱は、第2章と第3章の時系列モデルに関する内容であり、第2の柱は、第4章と第5章のセミパラメトリック・モデルに関する内容である。具体的な構成は、次の通りである。

Chap. 1 Introduction

Chap. 2 Score statistic under moderate deviation from a unit root in MA(1)
(MA(1)モデルの単位根への収束が遅い場合のスコア統計量)

Chap. 3 Estimators under the moderate deviation from a unit root in MA(1)
(MA(1)モデルの単位根への収束が遅い場合の推定量)

Chap. 4 Single-index model with missing response at random (従属変数に欠測値がある場合の単一指標モデル)

Chap. 5 Single-index model with missing response under misspecification (特定化の誤りと欠測値がある場合の単一指標モデル)

2. 各章の概要

本論文は、上述の通り、5つの章より構成されており、第1章のIntroductionに引き続き、第2章と第3章では、MA(1)(1次の移動平均)モデルにおける単位根の近傍の漸近理論を扱い、第4章と第5章では、関数回帰モデルにおいて、従属変数に欠測値がある場合の従属変数の平均値の推定問題を扱っている。

前半の第2章と第3章で扱っているテーマは、長年に亘って多くの研究がなされており、過剰階差の分析や定常性の検定などに応用されている。しかし、係数の最

尤推定量の漸近分布の導出などの未解決問題も依然として多く残されている。近年、AR モデルにおいて Giraitis and Phillips (2006) などによって提案された近接単位根よりも単位根への収束が遅い “Moderate Deviation” (以下、MD と略記) という近傍のクラスが提案され、そのもとで、彼らは最小二乗推定量が漸近正規性をもつことを示した。本論文では、彼らの結果を踏まえた上で、MA(1) モデルにおける議論を展開している。

まず、第2章では、MA(1) モデルにおける単位根検定のために Tanaka (1990) によって提案されたスコア統計量の MD のもとでの漸近分布の導出を行った。漸近分布は MD の収束のオーダーに依存した3つのタイプに分けられ、MD のオーダーが小さい(収束が遅い)場合は反転可能のもとでの漸近分布と一致することが示されている。さらに、それぞれのタイプにおいて漸近分布の特性関数を導出し、密度関数を数値計算により求めている。

第3章では、MD のもとでの推定の問題を考察している。単位根や近接単位根をもつ MA(1) モデルにおいては、最尤推定量の漸近分布は未知である。ここでは、MD のもとで CSSE (条件付き最小二乗推定量) の漸近分布が導出されている。漸近分布は MA モデルの初期値に依存するため、初期値が 0 とそれ以外の場合が考察されている。そして、両者において、CSSE は一致性をもち、MD のオーダーに依存して、収束のオーダーが連続的に変化していることを証明した。漸近分布は、初期値が 0 の場合は単位根の近傍に確率過程が属しているにもかかわらず、正規分布になることが示された。一方、初期値が 0 でない場合は、スコア統計量の結果と同じように収束のオーダーが MD のオーダーによって3つの場合に分類され、オーダーが小さい場合には、初期値が 0 の場合と同じ漸近分布をもつが、単位根との距離がより小さい場合は初期値に依存することが示された。

後半の第4章と第5章は、関数回帰モデルにおいて、従属変数に欠測値がある場合の平均の推定問題を扱っている。ここで、欠測確率は説明変数で条件付けたときに、従属変数の値自体には依存しないという、Missing at Random (MAR) という仮定を設けている。多くの先行研究では、パラメトリック・モデルやノンパラメトリック・モデルを用いて研究が行われてきたが、パラメトリック・モデルを用いた場合には、特定化の誤りを引き起こすリスクがある。一方、ノンパラメトリック・モデルを用いた場合には、パラメトリック・モデルよりも広いクラスのモデルを扱うことができる。しかし、他方で、説明変数の数が大きい場合、有限標本のもとでの挙動が不安定であることが知られており、これは次元の呪いと呼ばれている。そこ

で、近年では、ノンパラメトリック・モデルとパラメトリック・モデルの中間のクラスであるセミパラメトリック・モデルを使った研究が行われている。本論文では、セミパラメトリック・モデルの代表的なモデルである、single-index (単一指標) モデルが MAR の仮定のもとで考察されている。

第 4 章では、次元の呪いの問題を回避するため、説明変数と従属変数の間に single-index モデルの構造があり、欠測の起こる確率も single-index モデルに従っていると仮定して、議論が進められている。そして、doubly robust 推定量や経験尤度推定量などを single-index モデルに適用し、漸近分布を導出している。さらに、シミュレーションにより、バイアスと平均 2 乗誤差を求め、ノンパラメトリックモデルと比較して、提案した single-index モデルがノンパラメトリック・モデルよりもよい結果をもたらし、有用であることを示している。

第 4 章では、真のモデルが single-index モデルである場合を考えたが、セミパラメトリック・モデルはノンパラメトリック・モデルよりもモデルのクラスが狭いため特定化の誤りが起こりやすい。この点を踏まえて、第 5 章では、モデルの関数あるいは欠測確率関数の特定化に誤りがある場合の推定量の性質を調べ、漸近分布の導出を行っている。また、信頼区間を計算するため、漸近分散の推定量が提案されている。さらに、シミュレーションにより、バイアス、平均 2 乗誤差、被覆確率の計算を行い、提案したモデルとノンパラメトリック・モデルとの比較を行っている。その結果、特定化の誤りがあるにもかかわらず、single-index モデルを用いた方がノンパラメトリック・モデルよりもよい結果が得られた。この結果、single-index モデルはノンパラメトリック・モデルよりも狭いクラスであるが、実証研究では有用であることが示唆されている。

3. 全体的な評価

以上のように、本論文は、計量経済学における最新の理論的な問題について、従来の研究成果を踏まえた上で、いくつかの新たな結果を導出している。

本論文の貢献としては、次の点が挙げられよう。

1. MA(1) モデルの単位根検定のための検定統計量の振る舞いを、対立仮説が従来よりも単位根への収束が遅い MD (Moderate Deviation) という状況のもとで研究した。その結果、MD の 3 通りの状況に依存して性質が変わることを解明するとともに、統計量の漸近分布を数値計算して、グラフ表示した。
2. MD のもとで、MA(1) モデルの係数の CSSE (条件付き最小 2 乗推定量) を

取り上げて、一致性を証明した。さらに、MA(1) モデルの初期値を 0 に制約する場合には、MD の 3 つの状況のいずれにおいても、CSSE が同一の漸近分布をもたらすことを示した。他方、0 に制約しない場合には、CSSE の漸近分布は MD のオーダーに依存して変わることを示した。

3. 欠測値がある場合の関数回帰モデルにおいて、セミパラメトリック分析で多用されている single index (単一指標) の構造を仮定した上で、パラメトリック分析やノンパラメトリック分析で使われている doubly robust 推定量や経験尤度推定量などを適用した場合の漸近分布を導出した。そして、シミュレーションにより、セミパラメトリック法の有用性を示した。
4. 関数回帰モデルの関数部分を single index の構造をもつと仮定した場合は、特定化の誤りをもたらすが、その場合でも、このようなセミパラメトリック分析は、特定化の誤りのないノンパラメトリック分析よりも、よい結果をもたらすことをシミュレーションにより示した。

これらの成果のうち、第 2 章の内容は、すでに、時系列分析に関する世界的な学術誌である *Journal of Time Series Analysis* (2012) に掲載されている。他の結果についても、査読雑誌への掲載が期待されるような重要な貢献をしていると判断できる。

他方、今後の研究課題としては、次の諸点を挙げることができる。

1. 検定統計量については、MA(1) モデルを拡張した場合の議論がなされているが、CSSE についても、拡張されたモデルのもとでの分布を導出すること。
2. MD のもとで、最尤推定量の分布を導出すること。
3. 関数回帰モデルにおける single index モデルの有効性を理論的に示すこと、および、より広いクラスのモデルについても検証すること。
4. 関数回帰モデルにおける特定化の誤りの有無を推測するための方法を提案すること。

上記の諸課題は、本論文で得られた成果を基盤として、あくまでも将来的な研究の中で取り組むレベルの未解決問題である。

本論文は、このような将来的な課題とは別に、すでに述べた通り、当該分野における重要な貢献をしており、博士学位論文としてふさわしい高い水準にあるものと

判断する。また、口述試験で指摘されたいくつかのコメントに的確に対応した改訂がなされている。よって、審査員一同は、矢部竜太氏に一橋大学博士（経済学）の学位を授与することが適当であると判断する。

2013年3月13日

論文審査員（五十音順）

黒住 英司

桑名 陽一

田中 勝人

本田 敏雄

山本 庸平

論文審査委員長 田中 勝人