

Frontier of Modern Econometrics

Ryota Yabe

本学位申請論文は五つの章より構成されており、1章の Introduction と第一部 (2,3章) と第二部 (4,5章) に分けられる。第一部では一次の移動平均モデル (MA(1)) における単位根の近傍の漸近理論を扱い、第二部では従属変数に欠測値がある場合の従属変数の平均値の推定問題を扱っている。

第一部: Moderate Deviation in MA(1)

単位根のある MA(1) モデルに対しては長年に渡って多くの研究がなされており、AR モデルの過剰差分の分析や定常性の検定などに応用されている。しかし、最尤推定量の漸近分布の導出などの未解決問題も依然として多く残されている。

近年、AR モデルにおいて Giratis and Phillips(2007) などによって提案された近接単位根よりも単位根への収束のオーダーの小さい Moderate Deviation という近傍のクラスが提案され、彼らは最小二乗推定量が漸近正規性を持つことを示した。第一部では Moderate Deviation のある MA(1) モデルで、Tanaka(1990) で提案されているスコア統計量や条件付き最小二乗推定量 (CSSE) の漸近特性を調べた。

2章: Score Statistic under Moderate Deviation from a Unit Root in MA(1)
MA(1) モデルでの単位根検定のために Tanaka(1990) によって提案されたスコア統計量の Moderate Deviation のもとでの漸近分布の導出を行った。Moderate Deviation

のもとでの漸近分布を導出することは、対立仮説が Moderate Deviation であるとき、対立仮説のもとでの漸近分布を導出していると解釈できる。

漸近分布は Moderate Deviation の収束のオーダーに依存した3つのタイプに分けられ、Moderate Deviation のオーダーが小さい場合は反転可能過程のもとでの漸近分布と一致することを示した。少なくともこのオーダーの小さいケースでは Moderate Deviation は単位根近傍の一種であるにもかかわらず、反転可能過程と似た漸近的な性質を持っていると解釈することができる。さらに、それぞれのタイプにおいて漸近分布の特性関数を導出し、密度関数を数値計算により求めた。

3章: Estimators under the Moderate Deviation from a Unit Root in MA(1)

単位根や近接単位根のある MA(1) モデルにおいては最尤推定量などの推定量の漸近分布は未知である。そこで、単位根の近傍の一つのクラスである Moderate Deviation のもとで CCSE の漸近分布を導出した。漸近分布は MA モデルの初期値に依存するため、初期値が0の場合とそれ以外の場合をそれぞれ考えた。

両方の初期値のケースにおいて、CSSE は一致性を持ち Moderate Deviation の乖離のオーダーに依存して連続的に収束のオーダーは変化している。

漸近分布は、初期値が0の場合は単位根の近傍に確率過程が属しているにもかかわらず、正規分布になることが示された。一方、初期値がゼロでない場合は、スコア統計量の結果と同じように収束のオーダーが Moderate Deviation のオーダーによって3つのケースに分類される。オーダーが小さい場合には、初期値が0の場合と同じ漸近分布を持つが、単位根との距離が $O(T^{-1/2})$ より小さい場合は初期値に依存する。

第二部: Single-Index Model with Missing Response at Random

第二部では従属変数に欠測がある場合の、従属変数の平均の推定問題の研究を行った。欠測確率は説明変数で条件付けたとき、従属変数の値自体には依存しな

いという、Missing at Random (MAR) という仮定を設けた。

多くの先行研究ではパラメトリックモデルやノンパラメトリックモデルを用いて研究を行われてきたが、パラメトリックモデルを用いた場合、分析者がモデルを予め定める必要があるため特定化の誤りを引き起こす可能性がある。一方、ノンパラメトリックモデルを用いた場合、パラメトリックモデルよりも広いクラスのモデルを扱うことができるが、説明変数の数が大きい場合、有限標本のもとでの挙動が不安定であることが知られており、これは次元の呪いと呼ばれている。

近年ではノンパラメトリックモデルとパラメトリックモデルの中間のクラスであるセミパラメトリックモデルを考える研究が行われている。本論文では、セミパラメトリックモデルの代表的なモデルである、Single-index モデルを MAR の仮定のもとで考える。

4章: Single-Index Model with Missing Response at Random

次元の呪いの問題を回避するため、説明変数と従属変数の間に Single-index モデルの構造があり、欠測の起こる確率も Single-index モデルに従っていると仮定する。

Doubly robust 推定量、経験尤度推定量などのパラメトリックモデルやノンパラメトリックモデルで提案されている推定量を提案した Single-index モデルに適用し、漸近分布を導出した。

シミュレーションによりバイスと平均二乗誤差を求め、ノンパラメトリックモデルと比較した。提案した Single-index モデルはノンパラメトリックモデルよりもよい結果を得られ、実用上 Single-index モデルを用いた定式化は有用であることが示された。

5章: Single-Index Model with Missing Response at Random under Misspecification

4章では真のモデルが Single-index モデルである場合を考えたが、セミパラメトリックモデルはノンパラメトリックモデルよりもモデルのクラスが狭いため特定化の誤りが起こりやすい。そこで、本章では特定化の誤りが Underlying 関数あるいは欠測確率関数のそれぞれにある場合の推定量の分析を行い、それぞれの場合での漸近分布の導出を行った。また、信頼区間を計算するため、漸近分散の推定量を提案した。

シミュレーションによりバイアス、平均二乗誤差、Coverage Probability の計算を行い、提案したモデルとノンパラメトリックモデルとの比較を行った。ノンパラメトリックモデルでは次元の呪いが発生しており、特定化の誤りがあるにもかかわらず Single-index モデルを用いたモデルの方がノンパラメトリックモデルよりもよい結果を得られた。この結果、Single-index モデルはノンパラメトリックモデルよりも狭いクラスであるが、実証研究では有用である。